Una vuelta al mundo de Bishop-Phelps-Bollobás en 80 días de cuarentena

Martín Mazzitelli.

A principios de los '60, E. Bishop y R. Phelps demostraron que para cualquier espacio de Banach X, el conjunto de las funcionales lineales y acotadas que alcanzan su norma es un subconjunto denso en X^* , el espacio dual de X. Pocos años después, Bollobás presentó una versión cuantitativa de este resultado, conocida hoy en día como el teorema de Bishop-Phelps-Bollobás. En términos generales, este teorema afirma que si $x^* \in S_{X^*}$ casi alcanza su norma en $x \in S_X$, se pueden encontrar $y \in S_{X^*}$ e $y \in S_X$ tales que y^* alcanza su norma en y con y cerca de x y con y^* cerca de x^* .

Recientemente se han estudiado dos versiones ligeramente distintas del teorema de Bishop-Phelps-Bollobás, motivadas por caracterizaciones de dos propiedades geométricas de los espacios de Banach: la convexidad uniforme y la suavidad uniforme. Estas propiedades, denominadas Bishop-Phelps-Bollobás operator property (BPBop) y Bishop-Phelps-Bollobás point property (BPBpp), fueron introducidas y estudiadas, además, en el contexto de operadores lineales y bilineales a valores vectoriales. En este zoominario, y en ocasión de los 80 días de cuarentena, repasaremos los principales resultados que se han obtenido en el estudio de estas propiedades y algunas versiones locales de las mismas.